

江苏师范大学

《数学方法论》

教 案

2022~2023 学年第一学期

课 程 名 称	数学方法论
院（系、部）	教育科学学院/教师教育学院
教 研 室	小学教育
授 课 班 级	20 教 12、20 教 13 20 教 22、20 教 23
授 课 教 师	刘林
职 称 职 务	研究员
教 材 名 称	《数学方法论》

二〇二〇 年 八 月

授课时间	第一—二周	授课顺序	第 1-2 次课
课程类型	理论课	学时分配	6 学时
方法手段	讲授法、讨论法	使用教具	PPT
章节名称	第一章 数学方法论简介		
教学目的 要求	1. 了解什么是数学方法论。 2. 掌握数学方法论在数学中的作用和地位。		
教学重点 难点	重点：数学方法论在数学中的作用和地位。 难点：什么是数学方法论。		
教学过程	教学内容及步骤		备 注
	讲授新课内容、步骤： 第一节 数学方法论概论 一、什么是数学 数学是研究数量关系和空间形式的科学。 数学源于对现实世界的抽象，通过对数量和数量关系、图形和图形关系的抽象，得到数学的研究对象及其关系；基于抽象结构，通过对研究对象的符号运算、形式推理、模型构建等，形成数学的结论和方法，帮助人们认识、理解和表达现实世界的本质、关系和规律。 数学不仅是运算和推理的工具，还是表达和交流的语言。数学承载着思想和文化，是人类文明的重要组成部分。数学是自然科学的重要基础，在社会科学研究中发挥着越来越重要的作用，数学的应用渗透到现代社会的各个方面，直接为社会创造价值，推动社会生产力的发展。随着大数据分析、人工智能的发展，数学研究与应用领域不断拓展。 数学在形成人的理性思维、科学精神和促进个人智力发展中发挥着不可替代的作用。数学素养是现代社会每一个公民应当具备的基本素养。数学教育承载着落实立德树人根本任务、实施素质教育的功能。 义务教育数学课程具有基础性、普及性和发展性。学生通过数学课程的学习，掌握适应现代生活及进一步学习必备的基础知识和基本技能、基本思想和基本活动经验；激发学习数学的兴趣，养成独立思考的习惯和合作交流的意愿；发展实践能力和创新精神，形成和发展核心素养，增强社会责任感，树立正确的世界观、人生观、价值观。 ——中华人民共和国教育部,义务教育数学课程标准（2022 年版） 1. 数学的特点 确切性、抽象性、严格性、应用的广泛性、数学美 2. 数学的功能 科学功能、思维功能、社会功能 二、数学是什么科学 1. 从数学所从属的工作领域看 数是一切事物的本质，整个有规律的宇宙的组织，就是数以及数的关		

	系的和谐系统。 ——毕达哥拉斯学派(哲学视角) 大自然乃至整个宇宙这本书都是用数学语言写出的。 ——伽利略 数学是自然科学的一个门类 ——阿朗贝尔 数学是一种关键的普遍适用的，并授予人以能力的技术。 ——格利姆（美国科学院院士） 数学应该与自然科学和社会科学并列。 ——钱学森 所以，数学具有科学与技术两种品质。 2. 从研究数学的方法看 数学既是一门系统的演绎科学，又是一门实验性的归纳科学。 3. 从数学对象看 数学的概念、理论、公式、定理和方法都可以看成一种模式。显然它们又是一种数学抽象思维活动的产物。 ① 抽象内容：仅保留量的特性，舍去质的内容 ② 抽象度量：数学的概念不都是真实事物或现象的直接抽象的结果，而是在第一次抽象的基础上，进行多次的在抽象。即，由概念引出概念。 ③ 抽象方法：“建构”的活动。 例题 1 关于数学概念的模式（P3） 例题 2 关于数学问题的模式（P3） 三、方法与数学方法 1. 方法 按给定程序达到既定成果必须采取的步骤 ——《哲学百科全书》（美） 方法表示研究或认识的途径、理论或学说，即从实践上或理论上把握现实的、为解决具体课题而采用的手段或操作的总和。 ——《苏联大百科全书》 方法：是人们在认识和改造客观世界中所采用的方式、手段的统称。 数学方法：以数学为工具进行科学研究的方法，即用数学语言表达事物的状态、关系和过程，经过推导、运算和分析，以形成解释、判断和预言的方法。 数学方法的基本特征： （1）高度的抽象性和概括性； （2）精确性，即逻辑的严密性及结论的确定性； （3）应用的普遍性和可操作性。 3. 数学方法在科研中的地位和作用 （1）提供简洁精确的形式化语言 （2）提供数量分析及计算的方法 （3）提供逻辑推理工具 现代科学技术特别是计算机的发展，与数学方法地位和作用发挥的强化相辅相成。	
--	---	--

	4. 数学方法（宏观）包括 模型方法、变换方法、对称方法、无穷小方法、公理化方法、结构方法、实验方法。 5. 数学方法（微观） （1）逻辑中的方法，比如：分析法（包括逆证法）、综合法、反证法、归纳法、穷举法（要求分类讨论）等。 （2）数学中的一般方法，比如：建模法、消元法、降次法、代入法、图象法、向量法、比较法、放缩法、同一法、数学归纳法等。 （3）数学中的特殊方法，比如：配方法、待定系数法、加减法、公式法、换元法、拆项补项法、因式分解法、平行移动法、翻折法等。 例 3（P5） 求和： $\arctan 1 + \arctan \frac{1}{3} + \arctan \frac{1}{7} + \cdots + \arctan \frac{1}{1+n+n^2}.$ 思考与分析：可以考虑分解组合的方法，变换问题的数学形式。 $\arctan \frac{1}{1+k+k^2} = \arctan \frac{(k+1)-k}{1+k(k+1)}.$ 联想正切的差角公式 $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta},$ $\alpha - \beta = \arctan \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}.$ 解：令 $\tan \alpha = k, \tan \beta = k + 1,$ 则有 $\begin{aligned} & \arctan 1 + \arctan \frac{1}{3} + \arctan \frac{1}{7} + \cdots + \arctan \frac{1}{1+n+n^2} \\ &= \arctan 1 + (\arctan 2 - \arctan 1) + (\arctan 3 - \arctan 2) + \cdots + [\arctan(n+1) - \arctan n] \\ &= \arctan(n+1). \end{aligned}$ 7. 数学方法的四个层次 （1）基本的和重大的数学方法（P5） 这是一些哲学范畴的数量侧面，如模型化方法、概率统计方法、拓扑方法等。包括：运动与静止、偶然与必然、现象与本质、原因与结果、精确与近似、整体与局部、同一与差异等。 运动与静止：这是一对哲学范畴，它的数量化就是常量数学和变量数学。函数思想反映物质运动时的变量之间的依赖关系，微积分思想则是跨越无限成为研究函数变化率的锐利工具。中学里学习变量、函数，研究函数的性质，把函数作为一种模型，就是为了从数量上把握运动。 偶然与必然：这对哲学范畴的数量化，形成了确定性数学和随机性数学。概率论是研究随机现象的数学，数理统计方法则是通过分析数据的随机性产生的学科。今天，我们重视概率与统计方法，正因为世界上充满着偶然性，而且偶然性后面具有一种必然性，掷硬币可以随机地出现两种情况，但是在大量数量的投掷下，最后呈现各为 1/2 的概率。人们设法用背后	
--	--	--

	存在着的必然规律把握偶然、认识偶然。 现象与本质：任何事物都有现象和本质两个方面，在数量关系上也是如此。给定一个情景，其中有各种量，以及各种量之间的关系。那么，哪些量是重要的本质？哪些量是无关的，可以忽略的？哪些关系反映了数量变化的本质？这就是数学模型方法，数学建模过程，就是透过现象看本质，建立起一种可以分析研究的模型，借以观察变化，获得特性，推测未来。（比如建模，有时间可以先介绍“共轭模型”） 原因与结果：世界上万物都有一定的因果关系。揭露因果关系是各门学科的任务。数学承担的任务，是彼此间的逻辑关系，它可以不管哪个原因导致哪个结果，却一般地讨论因果之间的逻辑联系：充分条件、必要条件、排中律、传递性等。 其他如精确与近似（计算数学），整体与局部（函数的整体性质与局部性质），同一与差异（模糊数学）等，都是考察重大数学思想方法的视角。 （2）与一般科学相应的数学方法（P6） 数学方法是一般科学方法的特例。自古以来，人类在认识世界的过程中积累了许多科学方法。数学思想方法是数学过程中潜移默化渗透的，纯粹在教学中讲解是没有价值的，只能在实践中慢慢体会，逐步形成。 比如，归纳演绎：数学是一门演绎的科学，主要是运用演绎的论证，达到数学的真理性，同时，数学也使用一般的归纳法，在进行数学猜想的时候就要根据已知的事实，归纳地得到一些结果，然后再进行演绎的论证，合情推理正是建立在归纳的基础上。 又如，数学实验：数学也有实验，往往是思想实验，即假定某条件，就会有某种结果，因而可以达到目的或者否定命题。 随着信息技术的不断发展，计算机技术在数学中得到推广使用，人们也常常做一些计算性的检验，通过计算一些特例得到普遍的猜想，甚至用近似方法逼近最后的结果。 著名的思想实验：薛定谔的猫。 其他如观察、类比、联想等一般科学方法，都可以用于数学。 数学思想方法是数学过程中潜移默化渗透的，纯粹在教学中讲解是没有价值的，只能在实践中慢慢体会，逐步形成。 （3）数学中特有的方法 例如，数学等价、数学表示、公理化、关系映射反演、数形转换等方法，这些方法在数学中产生并应用（也部分地迁移到其他学科）。 公理化方法，欧式几何公理体系是公理化方法的典范，自然数公理、实数系公理、复数系公理，也是大家熟知的。高等数学中“群”的定义，实际上是“群”的公理。在社会科学中，也有类似的思想，例如，我国宪法的总纲，就是一组公理式的断语，由此派生出其他的论述和规律。 数学中最常用的是化归方法，即把需要证明的结果经过逻辑和等价的变换，归结为已知的事实，中学数学解题多半要用化归方法加以证明和求解。例如，分式方程、无理方程等往往化成一元二次方程来处理。 （4）中（小）学数学中的解题方法与技巧：逻辑方法（分析、综合、类比、联想、归纳、演绎、猜想等）、全局性方法（极限方法、关系映射反演方法、数学模型方法等）、技巧性方法（换元法、待定系数法、配方	
--	---	--

	法等)。 四、数学方法的特点 1. 概括性 数学知识的学习离不开概括,且较之其他学科的知识更抽象、更概括。例如,物理学中的匀速直线运动的运动规律: $s = vt$ 是对现实世界具体事物的抽象和概括。而数学上的正比例函数概念则是在上述基础上的再抽象和再概括。数学思想方法是不断从数学概念、命题和理论中提炼和概括的产物。 概括性是数学思想方法最本质的特征。数学思想方法一旦形成,便舍弃了具体的数学内容,只以形式而存在,从而可以运用到一切合适的场合之中。例如,数学中的关系映射反演法的建立标志着一般的化归方法达到更高更新的抽象概括程度,因而成为数学研究各个领域中有普遍应用价值的一般方法。 2. 隶属性 数学思想方法高度的概括性,使它不同于具体的数学知识,而以元认知的形态与数学知识浑然一体地存在着,成为数学科学体系中两个不可分割的部分,数学知识内部蕴涵着丰富的数学思想方法,数学思想方法隶属于数学知识。 形象地说,数学思想方法是生长在数学知识这块“皮”上的“毛”。数学知识成为数学思想方法的载体,数学思想方法通过数学知识来显化。 例如,多项式恒等定理中蕴含着待定系数法,待定系数法在因式分解、化部分分式、求函数解析式、解方程(组)等数学内容中得到显化。正是由于这种隶属性,进行数学思想方法的教学时,应注意对教材的挖掘,从数学知识的教学开始,通过数学活动逐步明示相应的思想方法。 3. 层次性 层次性是由数学特点决定的,在全部数学内容中均包含着从客观现实到逐级抽象结果的不同层次,数学思想方法是概括的结果,概括程度的高度决定了数学思想方法具有不同的层次。思想又是方法的结晶与升华,思想相对于方法通常居于更高层次。 除了按其对认识的研究范围将数学思想方法分为宏观和微观之外,又有人将数学思想方法分为三个层次:一为数学核心思想(序化的思想),二为一般数学思想(公理化思想、转化思想、符号化思想、分类思想),三为具体数学思想。 例如,二元一次方程组的解法有三个层次:消元法一第一层次:为了消元,可考虑用加减消元或代入消元第二层次:为此,需进行具体的恒等变形第三层次。 4. 过程性 数学思想和数学方法紧密联系,强调指导思想时,称数学思想;强调操作过程时称数学方法。因此,数学思想方法总是在数学解题过程中、数学发现以及思考问题过程中显现出来的。如例3,数学思想方法在数学解题过程中一步一步地得到体现,直至问题的解决。 五、方法论与数学方法论 1. 方法论	
--	---	--

	方法论：也称“方法学”，是把某种共同的发展规律的研究方法作为讨论研究对象的一门学问，每个学科都有自己的方法论。 2. 数学方法论 数学方法论：是研究数学的发展规律，数学的思想、方法、原则，数学中的发现、发明和创新法则的学科，它隶属于科学方法论的范畴，是科学方法论在数学中的具体表现。 数学方法论有宏观和微观之分： 把数学置于各门科学以至客观世界中来认识，侧重于对数学发展的外部规律以及数学人才成长规律的研究，这属于宏观的数学方法论。 从数学的内在联系中讨论数学繁荣的一般研究，即着眼于数学的思想、观念，则属于微观的数学方法论。 第二节 数学方法论的地位和作用 一、数学方法论研究的意义 从数学发展史上看，长期以来，数学家们对自己所从事研究领域的思想方法是重视的，并有许多发明和创造。但是，对数学思想方法本身尤其是把它作为一个独立的领域或学问来进行研究是很不够的。究其原因，主要是对数学思想方法研究的意义缺乏应有的认识，那么，研究数学思想方法到底有何意义呢？ 1. 有利于培养数学能力与改革数学教育 数学教育的根本目的在于培养数学能力，即运用数学解决实际问题 and 进行发明创造的本领。一个人数学能力强、有数学才能，并不简单指记忆了多少数学知识，而主要是说运用数学思想方法解决实际问题 and 创造数学理论的本领。伽罗华之所以创立群论，罗巴切夫斯基之所以创立非欧几何，维纳之所以创立控制论，不仅仅在于数学知识的积累与记忆，而主要是由于他们是在数学思想方法上实行了革命性的变革所致。 对一个科技工作者来说，需要记忆的数学知识可多可少，但掌握数学思维方法则是绝对必要的，因为后者是创造的源泉、发展的基础，也是数学能力的集中体现。在数学教育中，常常过于重视知识的传授和背诵，而忽略思想方法的讲解和分析，加之选拔考试制度，所以“高分低能”的现象常有。要狠抓数学思想方法的研究与教学，并把它作为数学教育改革的重要内容，坚持下去，才能取得成效。 2. 有利于充分发挥数学的功能 数学功能的发挥，同数学能力的培养一样，关键不在于知识的积累与传递，而在于思想方法的领会、运用以及创造新的思想方法。实践越来越证明，数学在科学技术各领域、社会科学各部门以及生产、生活的各行各业，都有广泛的应用。这是因为，任何事物都是量与质的统一体，要想真正的认识某一事物，不仅要把握其质的规定性，而且还要了解其量的规定性。 数学能够应用于各种物质运动形态，马克思曾指出：一门科学只有当它达到了能够运用数学时，才算真正发展了。 加强数学教育、特别是加强数学思想方法的教育，是至关重要的。数学的科学功能的发挥，主要是靠数学思想方法向科学各领域的渗透与移植。把数学作为一种工具加以运用，从而促进其发展，当代科学数学化的	
--	--	--

	趋势明显地反映出这一点，数学的思维功能的发挥也是如此。我们说数学是一种思维工具，实质上就是指它的思想方法。 3. 有利于深入认识数学本质与全面把握数学发展规律 在数学思想方法的研究中，我们可以通过对数学内容辩证性质的探讨，进一步认识数学的本质。 马克思和恩格斯在自己的著作中，都对微积分内容的辩证性质作过精辟的分析，并概括其本质。马克思在《数学手稿》中，着重对导函数概念作了探讨，他认为，导函数生成的过程就是原函数经历了“否定之否定”的发展过程，并深刻指出：“理解微积分运算时的全部困难（正像理解否定的否定本身时那样），恰恰在于要看到微积分运算是怎样区别于这样简单手续并因此导出实际结果的。”恩格斯在谈到微积分的本质时，也曾经明确指出：“变数的数学——其中最重要的部分是微积分——本质上不外是辩证法在数学方面的运用”。 微积分中所运用的思想方法，实质上就是辩证法，就拿微积分中最基本的牛顿-莱布尼茨公式来说，就是通过常量与变量的相互转化而推得的，本来作为曲边梯形面积的定积分是一个确定的常量，但为了推导牛顿-莱布尼茨公式，却特地把此定积分看作上限函数，即把常量转化为变量。然后，在证明一个定理成立的基础上，又反过来把变量转化为常量，最终得到了这一公式。因此，我们可以说，牛顿-莱布尼茨公式就是常量与变量对立统一的结果。 通过数学思想方法的研究，可更加全面把握数学规律的问题。前面已经讲过，它可从数学内部的矛盾运动这个侧面来发现和认识规律，以弥补过去只注重从外面研究的不足。比如，在关于数学潜形态的研究中，一方面，可以提高对数学新思想萌发和形成规律的认识；另一方面，还可以加强对数学由“潜”到“显”转化机制的掌握。 研究表明：对新事实的解释、对理论体系自身矛盾的研究、对个体结论的推广等，均是科学新思想产生的有效途径；树立科学成效观、积极开展自由论争、大力倡导科学伯乐精神、实行科学的组织管理等，都是加速科学由“潜”到“显”转化的重要机制，这对深入探讨数学由“潜”到“显”转化的规律，显然有启示意义和参考价值。 数学思想方法的研究，具有十分重要而深远的意义，我们相信，数学思想方法作为一个独立的研究领域，必将不断取得新的研究成果，为数学、自然科学、教育科学与哲学的发展，做出应有的贡献。 数学思想方法产生于数学知识，而数学知识又蕴藏着数学思想，二者相辅相成，密不可分，正是数学知识与数学思想方法的这种辩证统一性，决定了我们在传授数学知识的同时必须重视数学思想方法的教学。 在数学教学活动中，学生的认知活动不能仅限于掌握课本中的数学知识，更重要的是在知识的探索过程中领会和掌握数学思想方法。教学实践表明：在讲授数学概念、公式、定理的形成过程中渗透数学思想方法就能发展抽象概括能力和逻辑思维能力，在例题教学中运用数学思想方法启发学生发现解题思路，寻求解题规律，就能培养学生分析问题和解决问题的能力。 数学思想方法又是处理数学问题的指导思想和基本策略，是数学的灵魂。因此，引导学生领悟和掌握以数学知识为载体的数学思想方法，是使	
--	--	--

	学生提高思维水平，真正懂得数学的价值，建立科学的数学观念，从而发展数学、运用数学的重要保证，也是现代教学思想与传统教学思想根本区别之一。 总之，加强数学思想方法的教学能优化课堂教学，有利于把握好能力目标的发展点，培养学生的创新意识，进而提高学生的数学素质。 4. 对人类文明的作用 数学思想是在数学的发展史上形成和发展的，在人类文明中同样具有重大的作用。 (1) 数学与自然科学在天文学领域里，开普勒在第谷·布拉埃的观察基础上，提出了开普勒三大定律： ① 行星在椭圆轨道上绕太阳运动，太阳在此椭圆的一个焦点上； ② 从太阳到行星的向径在相等的时间内扫过的面积是 F； ③ 行星绕太阳公转周期的平方与椭圆轨道 C 的半长轴的立方成正比。 开普勒是世界上第一个用数学公式描述天体运动的人，他使天文学从古希腊的静态几何学转化为动力学，这一定律出色地证明了毕达哥拉斯主义核心的数学原理。 爱因斯坦的相对论是物理学中，乃至整个宇宙的一次伟大革命。其核心内容是时空观的改变，牛顿力学的时空观认为时间与空间不相干，爱因斯坦的时空观却认为时间和空间是相互联系的，促使爱因斯坦做出这一伟大贡献的仍是数学的思维方式，爱因斯坦的空间概念是相对论诞生 50 年前德国数学家黎曼为他准备好的概念。 在生物学中，数学使生物学从经验科学上升为理论科学，由定性科学转变为定量科学。它们的结合与相互促进已经产生并将继续产生许多奇妙的结果，生物学的问题促成了数学的一大分支生物数学的诞生与发展，到今天生物数学已经成为一门完整的学科。它对生物学的新应用有以下三个方面：生命科学、生理学、脑科学。 (2) 数学与社会科学 如果说在自然科学中，更多的是运用数学的计算公式及计算能力，那么在社会科学的领域中，就更能体现出数学思想的作用。 要借助数学的思想，首先，必须发明一些基本公理，然后通过严密的数学推导证明，从这些公理中得出人类行为的定理。 公理如何产生？借助经验和思考，在社会学的领域中，公理自身应该有足够的证据说明它们合乎人性，这样人们才会接受。 在社会科学领域，不免要提一下数学在政治领域中的作用。休谟曾说：“政治可以转化为一门科学”。 而在政治学公理中，洛克的社会契约论有非常重要的意义，它不仅是文艺复兴时期的代表，也推动了整个社会的进步。 在政治中，民主最为直接的表现形式就是选举，数学在选票分配问题上发挥着重要作用。选票分配首先就是要公平，而如何才能做到公平呢？ 1952 年，数学家阿罗证明了一个令人吃惊的定理 - 阿罗不可能定理，即不可能找到一个公平合理的选举系统。这就是说，只有相对合理，没有绝对合理。原来世上本无“公平”啊！阿罗不可能定理是数学应用于社会科学的一个里程碑。	
--	--	--

	阿罗的不可能性定理是指，如果众多的社会成员具有不同的偏好，而社会又有多数备选方案，那么在民主的制度下不可能得到令所有的人都满意的结果。 阿罗不可能定理说明，依靠简单多数的投票原则，要在各种个人偏好中选择出一个共同一致的顺序，是不可能的。这样，一个合理的公共产品决定只能来自于一个可以胜任的公共权利机关，要想借助于投票过程来达到协调一致的集体选择结果，一般是不可能的。 证明： 甲：$V > C > S$；乙：$C > S > V$；丙：$S > V > C$ 投票者对不同选择方案的偏好次序，甲：V；C；S。乙：C；S；V。 丙：S；V；C。 用民主的多数表决方式，如果三个人都能充分表达自己的意见，则结果必然如下所示： 首先，在 V 和 C 中选择，甲、丙喜欢 V，乙喜欢 C； 然后，在 C 和 S 中选择，甲、乙喜欢 C，丙喜欢 S； 最后，在 V 和 S 中选择，乙、丙喜欢 S，甲喜欢 V。 这样三个人的最终表决结果如下： $V > C$，$C > S$，$S > V$ 可见，利用少数服从多数的投票机制，将不能产生一个令所有人满意的结论，这就是著名的“投票悖论”（paradox of voting）。 在经济学中，数学的广泛而深入的应用是当前经济学最为深刻的变革之一，现代经济学的发展对其自身的逻辑和严密性提出了更高的要求，这就使得经济学与数学的结合成为必然。 首先，严密的数学方法可以保证经济学中推理的可靠性，提高讨论问题的效率；其次，具有客观性与严密性的数学方法可以抵制经济学研究中先入为主的偏见；再次，经济学中的数据分析需要数学工具，数学方法可以解决经济生活中的定量分析。 在人口学、伦理学、哲学等其他社会科学中也渗透着数学思想。 二、数学思想的特性和作用 数学思想是在数学的发展史上形成和发展的，它是人类对数学及其研究对象、对数学知识（主要指概念、定理、法则和范例）以及数学方法的本质性的认识。它表现在对数学对象的开拓之中，表现在对数学概念、命题和数学模型的分析与概括之中，还表现在新的数学方法的产生过程中。 1. 数学思想凝聚成数学概念和命题、原则和方法 我们知道，不同层次的思想，凝聚成不同层次的数学模型和数学结构，从而构成数学的知识系统与结构，在这个系统与结构中，数学思想起着统帅的作用。 2. 数学思想深刻而概括，富有哲理性 各种各样的具体的数学思想，是从众多的具体的个性中抽取出来且对个性具有普遍指导意义的共性。它比某个具体的数学问题（定理法则等）更具有一般性，其概括程度相对较高。现实生活中普遍存在的运动和变化、相辅相成、对立统一等“事实”，都可作为数学思想进行哲学概括的材料，这样的概括能促使人们形成科学的世界观和方法论。 3. 数学思想富有创造性 借助于分析与归纳、类比与联想、猜想与验证等手段，可以使本来较	
--	--	--

	抽象的结构获得相对直观的形象的解释，能使一些看似无处着手的问题转化成极具规律的数学模型，从而将一种关系结构变成或映射成另一种关系结构，又可反演回来。于是复杂问题被简单化了，不能解的问题的解找到了。 例如，将著名的哥尼斯堡七桥问题转化成一笔画问题，便是典型的一例（下一讲详细讲）。当时，数学家们在做这些探讨时是很难的，是零零碎碎的，有时为了一个模型的建立、一种思想的概括，要付出毕生精力才能得到，这使后人能从中得到真知灼见，体会到创造的艰辛，发展顽强奋战的个性，培养创造的精神。 三、数学思想的教学功能 小学数学新课标明确指出：“初步体会数是对数量的抽象，感悟数的概念本质上的一致性，形成数感和符号意识；感悟数的运算以及运算之间的关系，体会数的运算本质上的一致性，形成运算能力和推理意识。”“提高发现和提出问题、分析和解决问题的能力，形成模型意识和初步的应用意识。” 根据这些要求，在小学数学教学中必须大力加强对数学思想和方法的教学与研究。 1. 数学思想是教材体系的灵魂 从教材的构成体系来看，整个数学教材所涉及的数学知识点汇成了数学结构系统的两条“河流”。一条是由具体的知识点构成的易于被发现的“明河流”，它是构成数学教材的“骨架”；另一条是由数学思想方法构成的具有潜在价值的“暗河流”，它是构成数学教材的“血脉”灵魂。 有了这样的数学思想作灵魂，各种具体的数学知识点才不再成为孤立的、零散的东西。因为数学思想能将“游离”状态的知识点（块）凝结成优化的知识结构。有了它，数学概念和命题才能活起来，做到相互紧扣、相互支持，以组成一个有机的整体。 可见，数学思想是数学的内在形式，是学生获得数学知识、发展思维能力的动力和工具，教师在教学中如能抓住数学思想这一主线，便能高屋建瓴，提挈[tí qiè]教材进行再创造，才能使教学见效快、收益大。 2. 数学思想是我们进行教学设计的指导思想 数学课堂教学设计应分三个层次进行，即宏观设计、微观设计和情境设计。无论哪个层次上的设计，其目的都在于让学生“参与”到获得和发展真理性认识的数学活动过程中去。 数学教学设计不能只是数学认识过程中的“还原”，一定要有数学思想的飞跃和创造。这就是说，一个好的教学设计，应当是历史上数学思想发生、发展过程的模拟和简缩。 3. 数学思想是课堂教学质量的重要保证 数学思想性高的教学设计，是高质量进行教学的基本保证。随着新技术手段的现代化和学生知识面的拓宽，学生们提出的许多问题是教师难以解答的。 面对这些活泼肯钻研的学生所提的问题，教师的思想只有达到一定深度，才能保证准确辨别各种各样问题的症结，给出中肯的分析；才能恰当时地运用类比联想，给出生动的陈述，把抽象的问题形象化，复杂的问题简单化；才能敏锐地发现学生的思想火花，找到闪光点并及时加以提炼	
--	---	--

	升华，鼓励学生大胆地进行创造，把众多学生牢牢地吸引住，并能积极主动地参与到教学活动中来，真正成为教学过程的主体；也才能使有一定思想的教学设计，真正变成高质量的数学教学活动过程。 有人把数学课堂教学质量理解为学生思维活动的质和量，就是学生知识结构，思维方法形成的清晰程度和他们参与思维活动的深度和广度。我们可以从“新、高、深”三个方面来衡量一堂数学课的教学效果。“新”指学生的思维活动要有新意；“高”指学生通过学习能形成一定高度的数学思想；“深”则指学生参与到教学活动的程度。 有思想深度的课，能给学生留下长久的思想激励和对知识的深刻理解，在以后的学习和工作中，他们可能把具体的数学知识忘了，但数学地思考问题的方法将永存。 我们进行数学教学的根本目的，是通过数学知识和观念的培养，通过一些数学思想的传授，要让学生形成一种“数学头脑”，使他们在观察问题和提出问题、解决问题的每一个过程中，都带有鲜明的“数学色彩”，这样的数学一定会有真正的实效和长效，真正提高人的素质。 数学课堂教学是教师“主体表演”的过程，是语言、动作、板书演示、语言交流、情感交流等融于一体的过程。在这种过程中，往往既能反映出教师专业基础知识的情况，又能反映出教师对教学理论的掌握情况，同时还可反映出教师的数学思想的有关情况。 实践证明，在数学教学中，数学思想、方法已经越来越多地得到人们的重视。 特别是在数学教学中，如何使学生较快地理解和掌握数学思想、方法，更是我们广大数学教师所关心的问题。	
	课后总结：什么是数学方法论 数学方法论在数学中的作用和地位	
思考 与 实践	1. 复习 2. 课后习题 结合《义务教育数学课程标准（2022年版）》谈谈数学思想方法对数学教学的意义。在教学中，教师应如何贯彻数学思想方法？试以某一教学内容为例进行具体分析。	